

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО
АСТРОНОМИЯ

VII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

III кръг
2 април 2004 г.

Решения на задачите
Ученици 9-10 клас

Задача 1: В един ден Луната изгрива в $14^{\text{h}}05^{\text{m}}$ и залязва в $23^{\text{h}}32^{\text{m}}$ местно време. Приблизително в каква фаза е Луната? Приблизително кога през годината се случва това?

Решение: Луната изгрива след пладне и залязва малко преди полунощ, т.е. приблизително 6 часа след Слънцето. Това е възможно само когато Луната е близо до фаза първа четвърт. Едновременно с това Луната е над хоризонта само $9^{\text{h}}27^{\text{m}}$. Ако Луната би била на небесния екватор, тя би трябвало да е над хоризонта около $12^{\text{h}}25^{\text{m}}$ (25 минути заради собственото движение на Луната от запад на изток през този период). Следователно Луната е ниско под небесния екватор недалеч от точката на зимното слънцестоене. Тъй като в първа четвърт Луната е на 90° на изток от Слънцето, то би следвало да се намира недалеч от точката на есенното равноденствие. Оттук заключаваме, че това се случва в началото на есента, най-вероятно през втората половина на септември.

Задача 2: От една точка на земния екватор, точно когато Слънцето изгрива на изток, излитат два самолета. Първият лети на запад, вторият на изток. Самолетите се движат с еднаква скорост, като летят само през деня. Самолетът, летящ на запад, пристига в изходната точка, точно когато Слънцето за него за първи път залязва. С каква скорост се движат самолетите? След колко часа всеки от самолетите ще пристигне в изходната точка?

Решение: Самолетът, летящ на запад, леко изостава от Слънцето и пристига в изходната точка от обратната страна в момента, в който Слънцето за него залязва. Следователно от излитането му са изминали едно и половина денонощие, т.е. 36 часа. Пътят, който е изминал самолетът, е $L_3 = 2\pi R_3$. Скоростта на самолета е:

$$V = L_3 / T_{C1} = 2\pi R_3 / T_{C1} = 1113.17 \text{ km/h}$$

където T_{C1} е времето за обикаляне на Земята на първия самолет, а R_3 е радиусът на Земята.

Нека T_{C2}' е слънчевото денонощие за самолета, тръгнал в източна посока, а T_0 е едно средно слънчево денонощие. Тъй като самолетите се движат с еднаква скорост, в сила е следното равенство:

$$1/T_{C2}' = 1/T_0 + 1/T_{C1}$$

Оттук пресмятаме:

$$T_{C2}' = T_0 T_{C1} / (T_0 + T_{C1}) = 3 T_0 / 5$$

Оттук следва, че времето $T_{C2} = T_{C2}' / 2$, през което за втория самолет Слънцето е над хоризонта, е:

$$T_{C2} = T_{C1} / 5 = 0.3 T_0 = 7.2 \text{ часа}$$

Т.е. вторият самолет ще лети 7.2 часа, след това ще чака 12 часа нощ, и така 5 пъти, докато му се съберат 36 часа полет, за да стигне в началната точка. Следователно цялото му пътешествие ще продължи 96 часа.

Задача 3: В пустинно царство на екватора живял цар. Вражеска войска завладяла царството, а царят бил хвърлен в дълбок кладенец. В края на първата нощ той видял през кладенеца любимата си звезда Садалмалик (α Водолей, "щастливата звезда на царя"). В същия миг му се явил добрият дух и му казал, че ще бъде спасен, след като види Садалмалик в 333 нощи. После изчезнал в прашна вихрушка, от която

обаче се събудил дремещият наблизо зъл дух. Кихайки ядосано, той казал на царя, че няма да издържи в кладенеца повече от 555 дни. Отначало царят не се разтревожил от това, но изведнъж при него се прокраднал духът на съмнението, който останал в кладенеца и не му давал покой. Как мислите, щастлива ли се е оказала за царя звездата Садалмалик?

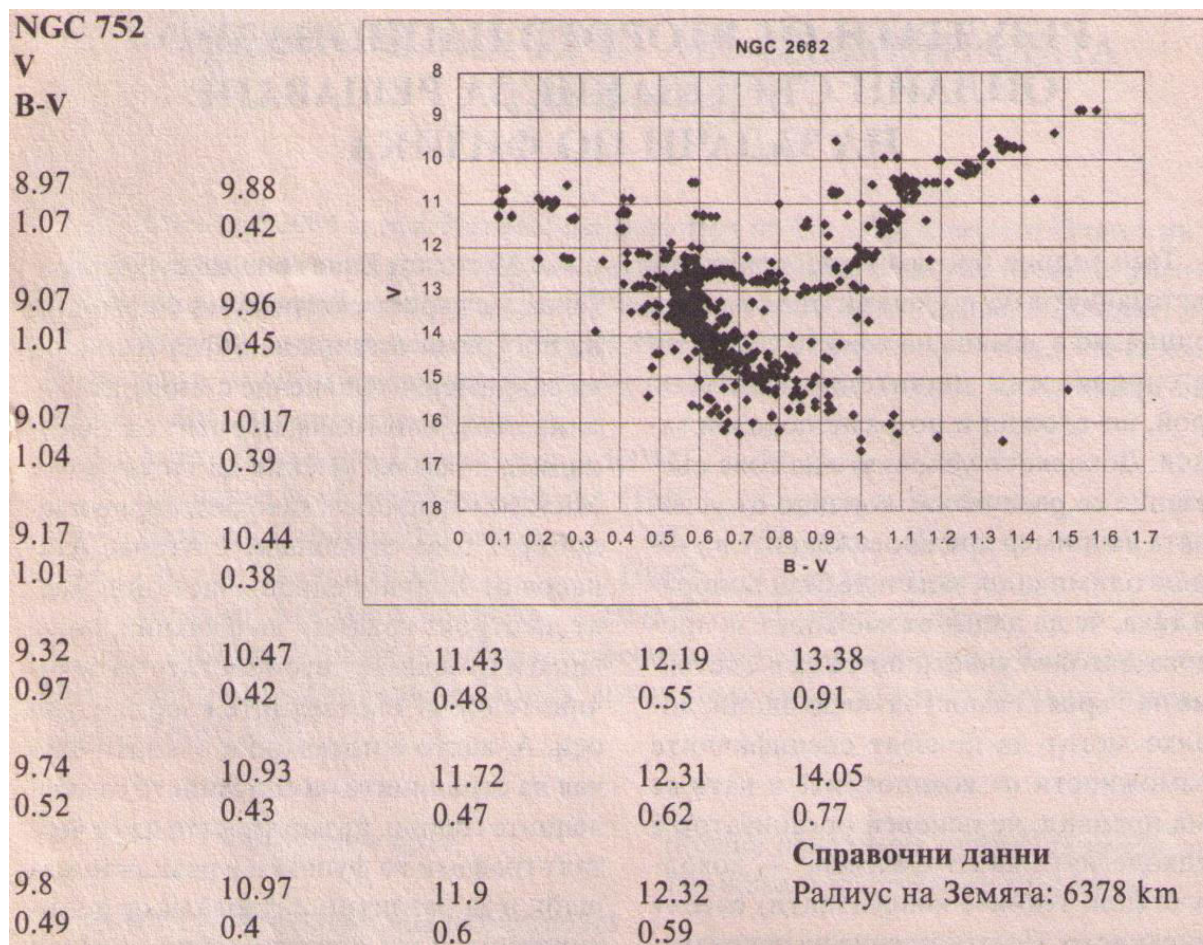
Решение: Виж решението на задача 3 за VII-VIII клас.

Задача 4: Периодична комета има орбита около Слънцето с перихелий между орбитите на Меркурий и Венера и афелий между орбитите на Уран и Нептун. Считайте орбитите на тези планети за кръгови. Нарисувайте схема с орбитите на четирите планети. Върху нея нарисуйте орбитите на кометата, при които тя би имала максималния и минималния възможен орбитален период. Нарисувайте орбитите на кометата, при които тя би имала максималната и минималната възможна скорост в перихелий. Нарисувайте орбитите, при които кометата би имала максималната и минималната възможна скорост в афелий. Обяснете вашето решение.

Решение: Виж решението на задача 4 за VII-VIII клас.

Задача 5: Дадена ви е диаграмата “цветен индекс ($B - V$) - видима звездна величина V ” на разсеяния звезден куп NGC 2682. Дадена ви е и таблица с цветните индекси ($B - V$) и видимите звездни величини V на разсеяния куп NGC 752. Постройте на прозрачната милиметрова хартия диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел за NGC 752 в същия мащаб, в който е и диаграмата на NGC 2682. Ако двата звездни купа NGC 752 и NGC 2682 се намират от нас на разстояния съответно 457 pc и 908 pc, то кой от двата купа е по-млад и защо?

Упътване: Цветните индекси са функция на температурата и следователно на спектрите на звездите.



Решение: Построяваме диаграмата за NGC 752, като означаваме точките с кръстчета, за да де различават по-ясно, когато напасваме двете диаграми.

Как следва да тълкуваме двете графики? Още в условието е споменато, че това са по същество диаграми на Херцшпрунг-Ръсел. Това наистина е така, защото звездите от един звезден куп се намират практически на еднакво разстояние от нас. Единствено по ординатата вместо абсолютни звездни величини са дадени видимите звездни величини на звездите. Разликите между абсолютните и видимите звездни величини са еднакви за всички звезди от даден куп, т.е. тази разлика не влияе върху формата на диаграмата. Разбира се, за купове на различни разстояния от нас отместването по звездни величини е различно. Да пресметнем относителното отместване на звездните величини на двата купа. За звезда с абсолютна звездна величина M можем да запишем:

$$M = m_1 + 5 - 5 \lg r_1$$

за единия куп, където r_1 е разстоянието до купа, а m_1 звездната величина на звездата. За втория куп:

$$M = m_2 + 5 - 5 \lg r_2$$

Изваждаме равенствата и получаваме:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 5 \lg r_2 / r_1$$

Нека 1 е по-близкият куп, т.е. NGC 752, а 2 е по-далечният NGC 2682. Тогава получаваме $\Delta V = \Delta m = 1.49^m$. Ясно е, че за да ги наложим правилно диаграмите една върху друга, би трябвало да отместим диаграмата на NGC 752 с ΔV надолу по оста V , към по-слабите звезди на купа NGC 2682. По-интересно е, обаче, интерпретирането на формата на диаграмите. На тях ясно се вижда, особено при NGC 2682, богато населен със звезди участък долу и вляво, където се разполагат звездите от главната последователност. В горната част този участък постепенно се закривява надясно, към по-червените звезди. Там звездите вече напускат главната последователност и се отправят към областта на червените гиганти. Времето за еволюция на звездите на тези участъци е по-кратко и затова в много купове, бедни на звезди, там има дори полета изцяло лишени от звезди на съответния етап от еволюцията. Първи към областта на червените гиганти се отправят най-масивните звезди. Те имат най-кратко време на живот върху главната последователност. След това по-малко масивните и т.н. Съществува ясна правопрпорционална зависимост между масата на звездите и тяхната светимост. Затова ако приведем звездните величини на звездите от един звезден куп към звездните величини на звездите от друг звезден куп, ще можем да сравняваме възрастите на звездните купове по това дали относително по-ярки или по-слаби звезди вече напускат главната последователност.

В конкретния случай, след съвместяване на двете диаграми с отместване 1.49^m по оста V , виждаме, че звезди от NGC 752 започват да се отделят от главната последователност доста по-високо (при по-ярките звезди), отколкото звездите от купа NGC 2682. Оттук правим извода, че това се случва на много по-масивни звезди, отколкото при втория куп. Следователно NGC 752 е съществено по-млад звезден куп от NGC 2682.

Справочни данни:

Радиус на Земята 6378 km